УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 151, кн. 1 Физико-математические науки *2009*

УДК 539.189.1

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ В СУПЕРКРИТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ И ОБОБЩЕННАЯ КВАНТОВАЯ ДИНАМИКА

Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, А.С. Петрова

Аннотация

В статье рассмотрена проблема связанных состояний в суперкритических полях. Получено решение обобщенного динамического уравнения, которое определяет энергетическое распределение электронного связанного состояния $1s_{1/2}$, погруженного в нижний континуум, с точностью до $O\left((Z - Z_{\rm cr})/Z_{\rm cr}\right)$, где Z – полный заряд ядра, $Z_{\rm cr}$ – критический заряд.

Ключевые слова: сверхтяжелые ядра, электронные связанные состояния, нестабильный вакуум.

Введение

При столкновениях очень тяжелых ионов (например, ионов урана: $U + U$) с энергией, близкой к кулоновскому барьеру, и суммарным зарядом ядер $Z \geq 173$ на время 10^{-19}с формируется молекулоподобное сверхтяжелое ядро [1]. Такие ядра называются сверхкритическими. Энергия низшего связанного электронного состояния в поле такого ядра превышает по модулю удвоенную энергию покоя электрона, то есть это состояние присоединяется к состояниям отрицательного континуума уравнения Дирака. Если рассматриваемое связанное состояние не содержало ни одного электрона, то после «погружения» оно создает дополнительную вакансию в отрицательном континууме, которая спонтанно заполняется электроном из «дираковского моря». Образовавшаяся при этом «дырка» представляет собой позитрон, который удаляется от ядра, испытывая его отталкивающий потенциал. Таким образом, связанное состояние, погруженное в отрицательный непрерывный спектр, является нестабильным и распадается с рождением электрон-позитронной пары. В отличие от стабильных связанных состояний, рассматриваемых в квантовой электродинамике (КЭД), нестабильное состояние $|\Psi_i, t=0\rangle$ характеризуется некоторым энергетическим распределением $a_i(E)$, а не определенной энергией, а вектор нестабильного состояния можно представить в виде [2]:

$$|\Psi_i, t=0\rangle = \int a_i(E)|\varphi_i, E\rangle\, dE, \tag{1}$$

где $|\varphi_i, E\rangle$ – собственный вектор оператора энергии, отвечающий значению энергии E. Поэтому обычные методы КЭД, базирующиеся на определении собственных значений гамильтониана, непригодны для случая описания связанных состояний в поле сверхкритического ядра. Вместе с тем в работе [4] был разработан формализм обобщенной квантовой динамики (ОКД), базирующийся на наиболее общих принципах канонической и фейнмановской формулировок квантовой теории. В [5] было выведено обобщенное динамическое уравнение (ОДУ), позволяющее получить оператор $C(z)$, описывающий энергетическое распределение нестабильного связанного состояния. Применение методов ОКД к решению задачи о нестабильных связанных состояниях в поле сверхкритических ядер было рассмотрено в работе [6] для заряда ядра, не сильно превышающего критический. Результаты, полученные в первом порядке итерационного решения, то есть в первом порядке по малому параметру $\lambda = (Z - Z_{\rm cr})/Z_{\rm cr}$, совпадают с результатами, выведенными на основе обычных методов КЭД. В данной работе мы рассмотрим решение задачи о связанных состояниях в поле сверхтяжелого ядра в следующем порядке по λ.

1. Связанные состояния в ОКД

Как хорошо известно, оператор Грина $G(z)$, связанный с оператором эволюции в шредингеровском представлении соотношением

$$U_s(t,0) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-izt)G(z), \quad z = x + iy, \tag{2}$$

можно представить в виде

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z), \tag{3}$$

где

$$G_0(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - H_0},$$

$|n\rangle$ – собственные векторы свободного гамильтониана H_0. В гамильтоновой динамике оператор Грина определяется как резольвента полного гамильтониана H:

$$G(z) = \frac{1}{z - H}. \tag{4}$$

Это связано с тем, что оператор эволюции $U_s(t,0)$ с оператором Грина в форме (4) является решением уравнения Шредингера $idU_s(t,0)/dt = HU_s(t,0)$. При этом соотношение (3) является определением T-матрицы, играющей важную роль в квантовой физике. Вместе с тем, как было показано в работе [4], уравнение (3) с оператором $T(z)$, определенным соотношением

$$T(z) = i\int d(t_2 - t_1)\exp(iz(t_2 - t_1))\exp(-iH_0t_2)\widetilde{S}(t_2,t_1)\exp(iH_0t_1), \tag{5}$$

где $\widetilde{S}(t_2,t_1)$ описывает вклад в оператор эволюции $U(t_2,t_1)$ в представлении взаимодействия от процесса, при котором взаимодействие начинается в момент времени t_1 и заканчивается в момент времени t_2, является следствием основного принципа квантовой теории. Действительно, уравнение (2) эквивалентно представлению

$$U(t_2,t_1) = 1 + \int\limits_{t_0}^{t} dt_2 \int\limits_{t_0}^{t_2} dt_1 \widetilde{S}(t_2,t_1), \tag{6}$$

выражающему принцип суперпозиции амплитуд вероятности, заключающийся в том, что амплитуда вероятности события, которое может произойти различными альтернативными способами, есть сумма амплитуд вероятности для каждого из этих способов. То, что этот принцип выражает явление квантовой интерференции и должен использоваться как основополагающий постулат теории, было показано

Фейнманом [7]. Для использования этого постулата необходимо выбрать класс альтернатив. В формализме ОКД в качестве альтернативных способов осуществления событий, связанных с эволюцией квантовых систем, предлагается использовать процесс с определенными временами начала и конца взаимодействия в системе. При этом соответствующие амплитуды $\langle\Psi_2|\widetilde{S}(t_2,t_1)|\Psi_1\rangle$ используются как основополагающие «строительные блоки» из которых строятся все амплитуды теории. Операторы $\widetilde{S}(t_2,t_1)$ удовлетворяют обобщенному динамическому уравнению [4]

$$(t_2-t_1)\widetilde{S}(t_2,t_1)=\int\limits_{t_1}^{t_2}dt_4\int\limits_{t_1}^{t_4}dt_3(t_4-t_3)\widetilde{S}(t_2,t_4)\widetilde{S}(t_3,t_1). \tag{7}$$

Это уравнение позволяет определить $\widetilde{S}(t_2,t_1)$ для всех t_1 и t_2, то есть определить оператор эволюции, если этот оператор известен для бесконечно малых времен $\tau = t_2-t_1$ взаимодействия. Основной вклад должны давать процессы, связанные с фундаментальным взаимодействием в системе. Отсюда мы имеем следующее граничное условие для уравнения (7):

$$\widetilde{S}(t_2,t_1)\underset{t_2\to t_1}{\longrightarrow}H_{\mathrm{int}}(t_2,t_1), \tag{8}$$

где $H_{\mathrm{int}}(t_2,t_1)$ описывает фундаментальное взаимодействие в системе. Будучи эквивалентным уравнению Шредингера в случае, когда это взаимодействие является локальным во времени, $H_{\mathrm{int}}(t_2,t_1)$ имеет вид

$$H_{\mathrm{int}}(t_2,t_1)=2i\delta(t_2-t_1)H_I(t_1), \tag{9}$$

где $H_I(t)$ – гамильтониан взаимодействия. Обобщенное динамическое уравнение позволяет расширить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий.

Из сказанного выше следует, что соотношение (3), которое в гамильтоновой динамике определяет T-матрицу, в ОКД определяет оператор Грина через оператор $T(z)$, который, в свою очередь, определяется соотношением (5). В случае локальных во времени взаимодействий эти два подхода приводят к одинаковым результатам. Важным является то, что определение оператора Грина в ОКД является более общим и имеет силу даже в случае, когда в теории нельзя определить гамильтониан как оператор, генерирующий динамику системы. Это, например, имеет место в КЭД: после перенормировки матрицы рассеяния расходящиеся выражения появляются в гамильтониане. Поэтому теория перенормировок КЭД не позволяет описывать временную эволюцию систем. В частности, эта проблема проявляет себя при описании связанных состояний в КЭД.

Обобщенное динамическое уравнение (7) в терминах оператора Грина принимает вид

$$G(z_1)-G(z_2)=(z_2-z_1)G(z_2)G(z_1). \tag{10}$$

Уравнение в этой форме является очень удобным для решения проблемы связанных состояний в КЭД и позволяет естественным образом учитывать, что в общем случае в КЭД связанные состояния характеризуются не определенными энергиями, а энергетическими распределениями. В работе [5] это было продемонстрировано на примере тяжелых многозарядных ионов. При описании связанных состояний электронов в поле ядер обычно используется картина Фарри, в которой «свободный» гриновский оператор имеет вид

$$G_0(z)=\sum_n\frac{|\Psi_n\rangle\langle\Psi_n|}{z-E_n^{(0)}}, \tag{11}$$

где $|\Psi_n\rangle$ и $E_n^{(0)}$ являются векторами и энергиями дираковского гамильтониана соответственно. Таким образом, в этой картине взаимодействие электрона с кулоновским полем ядра включается в «свободный» гриновский оператор, и проблема определения связанных состояний сводится к вычислению КЭД-поправок к $E_n^{(0)}$. Очевидно, эти поправки обусловлены взаимодействием связанных электронов с вакуумом, например, с собственным полем излучения. Такое взаимодействие приводит к тому, что во второй части выражения (3) для оператора Грина содержатся члены, имеющие такую же структуру, как и оператор $G_0(z)$. Поэтому их следует объединить, определив соответствующий новый «свободный» гриновский оператор $\widetilde{G}_0(z)$. В результате такой редукции мы имеем:

$$G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z) = \widetilde{G}_0(z) + \widetilde{G}_0(z)M(z)\widetilde{G}_0(z), \tag{12}$$

где оператор $M(z)$ описывает именно взаимодействие между частицами, а не их самодействие. Поскольку $\widetilde{G}_0(z)$ описывает только процессы самодействия электронов, он имеет следующую структуру [3]:

$$\widetilde{G}_0(z) = \sum_n \frac{|\Psi_n\rangle\langle\Psi_n|}{z - E_n^{(0)} - C_n(z)}. \tag{13}$$

Если связанное состояние является стабильным, то можно определить его энергию из условия $z - E_n^{(0)} - C_n(z) = 0$. Однако в общем случае, когда состояние является нестабильным, оно характеризуется поведением функции $C_n(z)$ в окрестности точки $z = E_n^{(0)}$.

2. Результаты и их обсуждение

Для ядер с зарядом Z больше критического ($Z > Z_{\rm cr}$) естественно разделить кулоновский потенциал ядра $V(Z,r) \equiv V(Z)$ на две части: $V(Z) = V(Z_{\rm cr}) + V(Z')$, где $Z_{\rm cr}$ – критический заряд, $Z' = Z - Z_{\rm cr}$ – сверхкритический заряд. В качестве базисных векторов представления Фарри выберем собственные векторы критического дираковского гамильтониана с потенциалом равномерно заряженной сферы радиуса R_0:

$$H(Z) = i\gamma^\mu(\partial/\partial x_\mu) + m + V(Z_{\rm cr}), \tag{14}$$

где

$$V(Z_{\rm cr}) = \begin{cases} -Z_{\rm cr}\alpha/r, & r > R_0, \\ -Z_{\rm cr}\alpha/R_0 & r \le R_0. \end{cases} \tag{15}$$

Для такой модели ядра $Z_{\rm cr} = 173$ [8, 10].

Оператор Грина, который описывает эволюцию в случае, когда взаимодействие в системе сводится только к взаимодействию электронов и позитронов с ядром, описываемому потенциалом $V(Z_{\rm cr})$, и взаимодействию системы с вакуумом, то есть нет переходов между различными связанными состояниями, имеет следующий вид:

$$\widetilde{G}_0^{(\rm cr)}(z) = \sum_n \frac{|\Psi_n^{(\rm cr)}\rangle\langle\Psi_n^{(\rm cr)}|}{z - E_n^0 - C_n(z)}, \tag{16}$$

где $|\Psi_n^{(\rm cr)}\rangle$ – собственные векторы гамильтониана (14). При таком выборе свободного оператора Грина полный гриновский оператор можно записать в виде

$$G(z) = \widetilde{G}_0^{(\rm cr)}(z) + \widetilde{G}_0^{(\rm cr)}(z)M(z)\widetilde{G}_0^{(\rm cr)}(z), \tag{17}$$

где оператор $M(z)$ описывает кулоновское взаимодействие электронов и позитронов с ядром и электромагнитным полем, исключая взаимодействие, описываемое потенциалом $V(Z_{\mathrm{cr}})$, и не включает в себя взаимодействие системы с вакуумом. Важным здесь является то, что операторы $\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)$ и $M(z)$, описывающие нестабильное состояние, несут ту же информацию, что и вектор (1). По сути функцию Грина основного $|1s\rangle$ состояния можно представить в виде [6]:

$$\langle 1s|\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)|1s\rangle = \int \frac{|a_{1s}(E)|^2}{z-E}\,dE. \tag{18}$$

В отличие от стандартного подхода к описанию нестабильных состояний, задача описания нестабильного состояния в ОКД изначально сводится к нахождению его энергетического распределения $C(z)$, а не собственных векторов какого-либо гамильтониана. Уравнения для операторов $C(z)$ и $M(z)$ были выведены в работе [5]:

$$\begin{gathered} M(z_1)-M(z_2) = (z_2-z_1)M(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_1)M(z_1)- \\ -(z_2-z_1)M(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_2)M(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_1)M(z_1)- \\ -(z_2-z_1)M(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_1)M(z_1)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_1)M(z_1), \end{gathered} \tag{19}$$

$$C(z_1)-C(z_2) = (z_2-z_1)M(z_2)\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z_2)G_0^{(\mathrm{cr})}(z_1)M(z_1) \tag{20}$$

со следующими граничными условиями:

$$\langle\psi_m^{(\mathrm{cr})}|M(z)|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle \underset{|z|\to\infty}{\to} \langle\psi_m^{(\mathrm{cr})}|B(z)|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle - \langle\psi_m^{(\mathrm{cr})}|V(Z_{\mathrm{cr}})|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle,\ n\neq m, \tag{21}$$

$$C_n(z) \underset{|z|\to\infty}{\to} \langle\psi_n^{(\mathrm{cr})}|B(z)|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle - \langle\psi_n^{(\mathrm{cr})}|V(Z_{\mathrm{cr}})|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle. \tag{22}$$

При малых Z' ($Z'\sim 7$) только основное связанное состояние $|1s\rangle$ присоединяется к состояниям непрерывного спектра, и нужно рассматривать лишь энергетическое распределение этого состояния. Кроме того, при малых Z' можно также пренебречь КЭД-эффектами, такими, как поляризация вакуума и лэмбовский сдвиг, и свести все взаимодействие в системе к кулоновскому взаимодействию $V(Z')$.

В данной задаче существует малый параметр $\lambda = Z'/Z_{\mathrm{cr}}$, равный отношению сверхкритического заряда Z' к критическому заряду Z_{cr}. С точностью до первого порядка по λ уравнение (19) с граничным условием (21) имеет следующее решение:

$$M^{(1)}(z) = V(Z') + O(\lambda). \tag{23}$$

Подставляя оператор (23) в выражение (20) для $C(z)$ и используя граничное условие (22), получим с точностью до λ^2:

$$\begin{gathered} C_n^{(2)}(z) \equiv \left\langle \Psi_n^{(\mathrm{cr})}\middle| C(z) \middle|\Psi_n^{(\mathrm{cr})}\right\rangle = \\ = \left\langle \Psi_n^{(\mathrm{cr})}\middle| V(Z') \middle|\Psi_n^{(\mathrm{cr})}\right\rangle + \left\langle \Psi_n^{(\mathrm{cr})}\middle| V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z') \middle|\Psi_n^{(\mathrm{cr})}\right\rangle + O(\lambda^2). \end{gathered} \tag{24}$$

В лидирующем порядке можно пренебречь $C_n(z)$ по отношению к E_n в операторе $\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)$ и представить $C_{1s}^{(2)}(z)$ в виде [6]:

$$C_{1s}^{(2)}(z) = \int\limits_{E<-mc^2} \frac{|V_E|^2}{z-E}\,dE + \Delta E_{1s}, \tag{25}$$

где $V_E = \langle 1s|V(Z')|\varphi_E^{(\mathrm{cr})}\rangle$, $\Delta E_{1s} = \langle 1s|V(Z')|1s\rangle$ и $|\varphi_E^{(\mathrm{cr})}\rangle$ – собственные векторы критического гамильтониана, принадлежащие отрицательному непрерывному спектру. Функция $C_{1s}^{(2)}(z)$ определяет энергетическое распределение основного состояния после погружения в отрицательный континуум. Для наглядности запишем ее в виде:

$$C_{1s}^{(2)}(z) = F(z) - i\Gamma/2 + \Delta E_{1s}, \tag{26}$$

где $F(z)$ – интеграл в смысле главного значения:

$$F(z) = P.V. \int\limits_{E<-mc^2} \frac{|V_E|^2}{z-E}\,dE, \quad \Gamma = 2\pi|V_E|^2.$$

Энергетическое распределение $|a_{1s}(E)|^2$, входящее в матричный элемент (18), в этом порядке по λ определяется следующим образом:

$$|a_{1s}(E)|^2 = \frac{\Gamma^2}{[E - E_{1s} - \Delta E_{1s} - F(z)]^2 + \Gamma^2/4}. \tag{27}$$

Тогда вектор состояния $|1s\rangle$ определяется выражением:

$$|1s\rangle = \int a_{1s}(E)|\varphi_E^{(\mathrm{cr})}\rangle\,dE, \tag{28}$$

свидетельствующим о перемешивании этого связанного состояния с состояниями, принадлежащими непрерывному отрицательному спектру.

Распределение (27) является брейт-вигнеровским (лоренцевым) энергетическим распределением с максимумом вблизи энергии $E = E_{1s} + \Delta E_{1s} + F(z)$ и шириной $\Gamma/2$. Эти результаты совпадают с результатами, полученными стандартными методами [9]. Отметим, что распределение (27) выведено нами в лидирующем порядке решения обобщенного динамического уравнения.

Используя метод последовательных итераций, мы можем решить обобщенное динамическое уравнение (19) с любой точностью. Например, в следующем порядке по λ имеем:

$$\begin{aligned} M^{(3)}(z) = V(Z') + V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z') - \\ - V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z') + O(\lambda^3). \end{aligned} \tag{29}$$

Подстановка (29) в (20) приводит к разложению $C_{1s}(z)$ с точностью до λ^4:

$$\begin{aligned} C_{1s}^{(4)}(z) = \langle 1s|V(Z')|1s\rangle + \langle 1s|V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')|1s\rangle + \\ + \langle 1s|V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')|1s\rangle - \\ - \langle 1s|V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)V(Z')|1s\rangle + O(\lambda^4), \end{aligned} \tag{30}$$

или, если снова пренебречь $C_n(z)$ по отношению к E_n в операторе $\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)$:

$$\begin{aligned} C_{1s}^{(4)}(z) = C_{1s}^{(2)}(z) + \\ + \int\limits_{E,E'<-m_e} \frac{\langle 1s|V(Z')|\varphi_E^{(\mathrm{cr})}\rangle\langle\varphi_E^{(\mathrm{cr})}|V(Z')|\varphi_E^{(\mathrm{cr})}\rangle\langle\varphi_E^{(\mathrm{cr})}|V(Z')|1s\rangle}{(z-E)(z-E')}\,dE\,dE' - \end{aligned}$$

$$- \int\limits_{E,E',E''<-m_e} dE\, dE'\, dE'' \times$$

$$\times \frac{\langle 1s|V(Z')|\varphi_E^{(\mathrm{cr})}\rangle\langle\varphi_E^{(\mathrm{cr})}|V(Z')|\varphi_{E'}^{(\mathrm{cr})}\rangle\langle\varphi_{E'}^{(\mathrm{cr})}|V(Z')|\varphi_{E''}^{(\mathrm{cr})}\rangle\langle\varphi_{E''}^{(\mathrm{cr})}|V(Z')|1s\rangle}{(z-E)(z-E')(z-E'')} +$$

$$+ O(\lambda^4). \quad (31)$$

Это выражение – более сложное, чем (24), и оно может не совпадать с брейт-винеровским энергетическим распределением.

Заключение

Рождение электрон-позитронных пар в сверхкритических полях было предсказано еще в [10]. Спонтанная эмиссия позитронов из области столкновения очень тяжелых ядер является экспериментальным признаком образования суперкритического молекулоподобного ядра, одно или несколько связанных состояний которого «погружены» в отрицательный непрерывный спектр. Изучение энергетических спектров позитронов эмиссии – определение формы, ширины и распределения интенсивности спектральных линий – представляет интерес не только с точки зрения фундаментальной науки, но также позволяет получить детальную информацию о ядерной реакции между очень тяжелыми ядрами, такую, как время жизни молекулоподбного сверхтяжелого ядра, расстояние между составляющими ядрами, поперечное сечение реакции и др. Для теоретического исследования спектров необходимо знание связанных состояний в поле сверхкритических ядер. В настоящей статье эта задача была рассмотрена с точки зрения формализма ОКД. Мы получили выражение для оператора эволюции, описывающего эволюцию состояния $|1s\rangle$, погружающегося в континуум. Это состояние характеризуется в лидирующем порядке энергетическим распределением, описываемым амплитудой (27). Важно, что результаты, полученные в рамках ОКД, в лидирующем порядке воспроизводят результаты, полученные стандартными методами. Но при решении вопросов погружения состояний и структуры вакуума в поле супертяжелых ядер не обязательно ограничиваться решением обобщенного динамического уравнения только в лидирующем порядке: это уравнение позволяет решить данную задачу с любой точностью. Если заряд ядра существенно превышает критический заряд, в континуум опускаются следующие за $1s$ связанные состояния ($2p$, $2s$ и т. д.). В этом случае уже нельзя ограничиваться лишь кулоновским взаимодействием в системе и задача сильно усложняется. В то же время у нас есть надежда, что эта задача может быть корректно описана в рамках формализма ОКД, и это откроет новые возможности для решения многих проблем электродинамики в сильных полях.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ НШ-2965.2008.2.

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, A.S. Petrova. Bound States in Supercritical Fields and the Generalized Quantum Dynamics.

The problem of the bound states in supercritical fields is investigated. A solution of the generalized dynamical equation is obtained, which determines the energy distribution of the electronic bound state $1s_{1/2}$, which is imbedded in the lower continuum, up to accuracy of $O\left((Z-Z_{\mathrm{cr}})/Z_{\mathrm{cr}}\right)$, where Z stays for the whole nuclear charge and Z_{cr} is the critical charge.

Key words: superheavy nuclei, electronic bound states, unstable vacuum.

Литература

1. *Müller U., Soff G., de Reus T., Reinhardt J., Greiner W.* Positrons from Supercritical Fields of Giant Nuclear systems // Zeitschrift für Physik A. Atoms and Nuclei. – 1983. – Bd. 313. – S. 263–279.
2. *Фок В.А., Крылов Н.С.* О двух основных толкованиях соотношения неопределенности для энергии и времени // ЖЭТФ. – 1947. – Т. 17. – Р. 93–100.
3. *Gainutdinov R.Kh.* The decay and energy of unstable bound states // J. Phys. A: Math. Gen. – 1989. – V. 22. – P. 269–286.
4. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal interactions and quantum dynamics // J. Phys. A: Math. Gen. – 1999. – V. 32. – P. 5657–5677.
5. *Гайнутдинов Р.Х.* Расщепление энергетических уровней многозарядных ионов, обусловленное взаимодействием с собственным полем излучения // ЖЭТФ. – 1991. – Т. 100. – С. 133–144.
6. *Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А., Петрова А.С.* Энергетические распределения электронных связанных состояний в поле сверхтяжелого ядра // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 150, кн. 2. – С. 104–111.
7. *Feynman R.P.* Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics // Rev. Mod. Phys. – 1948. – V. 20. – P. 367–387.
8. *Greiner W., Reinhardt J.* Quantenelektrodynamik. – Frankfurt: Verlag Harri Deutsch, 1995. – 520 S.
9. *Greiner W., Müller B., Rafelski J.* Quantum Electrodynamics of Strong Fields. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1985. – 594 p.
10. *Зельдович Я.Б., Попов В.С.* Электронная структура сверхтяжелых атомов // Усп. физ. наук. – 1971. – Т. 105. – С. 403–440.

Поступила в редакцию
27.01.09

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*

Петрова Александра Сергеевна – студент кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.